



拉馬努金

● 傅俊結*

先從一個故事開始，真實的故事。有一天哈地（Hardy，英國數學家，他那個年代，英國名氣最大的數學家之一）到醫院去探視住院的拉馬努金（Ramanujan，本篇文章的男主角），哈地一進病房就說，剛才坐車過來的計程車，車牌號碼1729，這個數字看起來好像沒有什麼意思。我們這個病人給哈地這樣的神回答：1729 這個數是很有意思的一個自然數，它是可以寫成兩個自然數的立方和中，最小的一個數，即 $1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3 = 1729$ 。天啊！這是人嗎？他玩弄自然數於股掌之中。

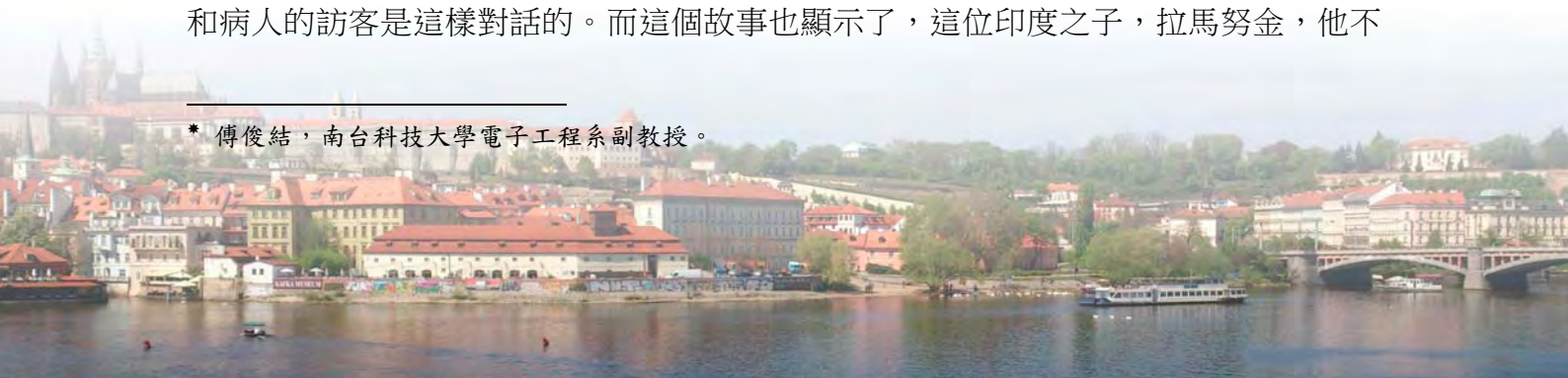


拉馬努金，印度之子。

再給一個故事。哈地年老的時候，一個年輕的數學家 Erdos（全世界和最多人合寫過論文的偉大的數學家）向他問了這樣一個問題：你自認為你對數學的最大貢獻是什麼？一般人可能會猜哈地的腦海中應該在想，他所證明的定理中，哪一個是最偉大的，可以流傳後世的。但是哈地卻給了這樣的回答：發現了拉馬努金。

上面的第一個故事驗證了長久以來的鄉民傳說，唸數學的都是怪人。嚴格講，應該是 A 咖數學家都是怪人。在我們這種平常老百姓的生活中，應該找不到住院的病人和病人的訪客是這樣對話的。而這個故事也顯示了，這位印度之子，拉馬努金，他不

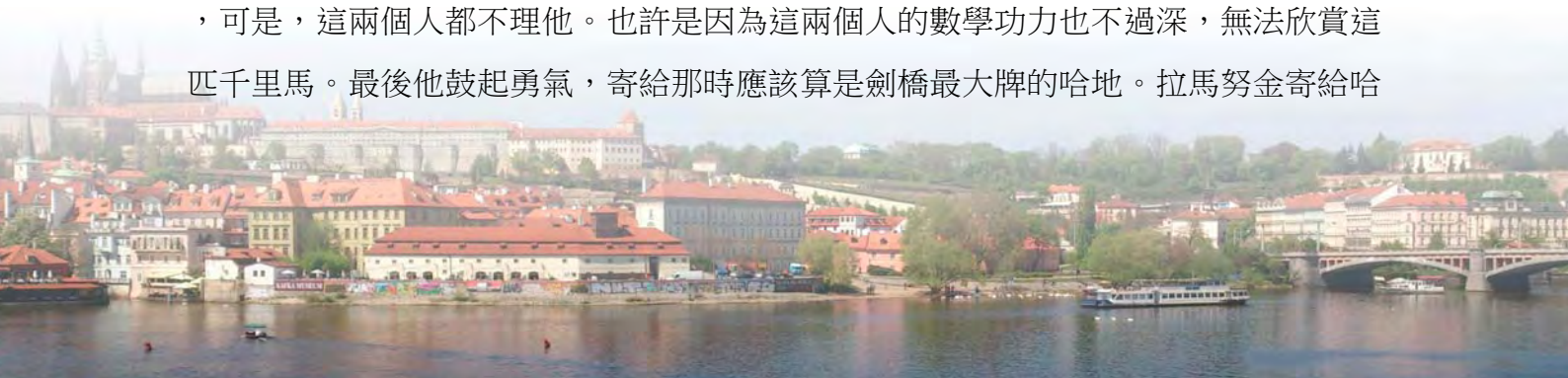
* 傅俊結，南台科技大學電子工程系副教授。



平凡的一面。第二個故事則給了一個最好的例子，來說明伯樂和千里馬的密不可分。如果沒有哈地這位伯樂，拉馬努金這匹千里馬根本不會為世人所認識，在歷史的洪流中，以他短短 30 幾年的生命，根本就像將來的你我這樣，默默的走完此生。

拉馬努金在 1887 年 12 月 22 日出生在印度，一個貴族家庭。在印度的種姓制度下，他家是婆羅門，但是，他生不逢時，那時這個婆羅門家族已經在沒落中。一家大小七個人，只靠老爸一份微薄的薪水過生活。如同歷史上很多偉大的數學家一樣，拉馬努金很早就展現出了他的數學天份。那時印度的數學環境和師資根本無法教育拉馬努金這種人，可以說，他在印度所學到的數學，基本上就是自學。他的主要教科書，是一個英國人卡爾所寫的。書名叫：純粹數學與應用數學概要。這本書還是朋友借給他的，因為他根本沒錢買書。以現在的標準來看，純粹數學與應用數學概要這本書，學生根本讀不下去，更不可能拿來當教科書。因為它只是把一些數學領域，例如三角函數，解析幾何，微積分，數論及代數上的一些結果敘述出來，而且列出了四五千條這樣的結果，基本上都沒有證明。也許像拉馬努金這種天才正適合這種書，他把這四五千個結果都當作定理，想辦法給它一個證明，他把這些證明記錄在他的筆記本上。就這樣，幾年下來，他的筆記本已經變成好幾百頁的一本書，他的數學功力也大為增進。所謂的無師自通，最能用來表示他這種情形。也因為拉馬努金只對數學有興趣，他幾乎把他全部的時間都放在數學上，想當然，他是不可能待在學校的，只有被退學的命运。就這樣，他一間學校換過一間學校，最後他只有離開學校的教育系統，靠做家教維生，並從圖書館借一些數學書，做自己的研究。然後把研究結果，寫在他那本現在知名的筆記本上。

拉馬努金在 24 歲發表他的第一篇數學專業文章，也因此和印度數學界的同行有了正式的交流，兩三年之後，他在印度數學界也算小有名氣。但也止於印度，因為他的文章都是在印度發表。那時歐洲的一些先進數學大國，應該還不曉得他這號人物的存在，以那時印度的數學水平，大概也沒有人會欣賞他。因此，他的一個朋友就建議他，把他的研究成果寄給英國劍橋大學的一些數學家。於是，拉馬努金就寄給了兩個人，可是，這兩個人都不理他。也許是因為這兩個人的數學功力也不過深，無法欣賞這匹千里馬。最後他鼓起勇氣，寄給那時應該算是劍橋最大牌的哈地。拉馬努金寄給哈





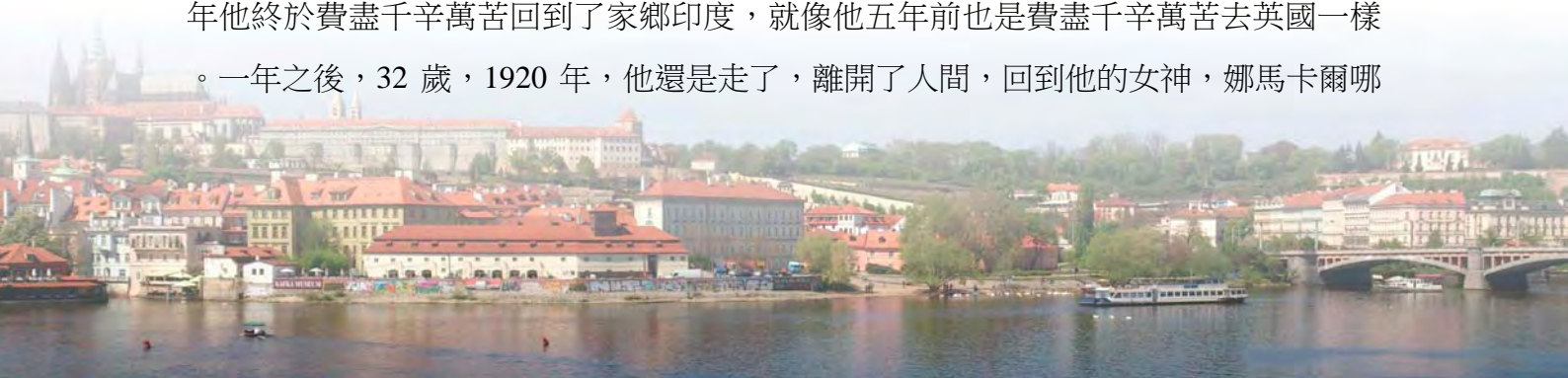
地的信，就如同他早期啟蒙教育所念的那本書，純粹數學與應用數學概要，只是在信裡面寫了一些數學結果，大部分是一些無窮級數的恆等式，什麼證明也沒有。例如，他給了下面這兩個恆等式：

$$1 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 9\left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^3 - 13\left(\frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6}\right)^3 + \dots = \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k!)(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}} = \frac{1}{\pi}$$

一般的數學家接到這種信，第一印象可能會認為寄信的人是個神經病，也難怪在哈地之前，那兩位劍橋的數學家會把拉馬努金的信丟到垃圾桶。但是哈地這位伯樂卻有另一個想法，尤其在和他的合作夥伴 Littlewood 討論之後，他們幾乎確信，這傢伙是個天才，不出世的天才。於是，哈地想盡辦法，運用多種關係，要把拉馬努金帶到劍橋。1914年，經過千辛萬苦，曲折離奇，拉馬努金終於來到劍橋大學。哈地見到拉馬努金和他聊天之後，嚇了一跳，因為他發現，這傢伙對當代數學很多領域的基礎知識，基本上是無知的。可是，他卻又可以寫出，連他自己都沒辦法發現和證明的一些新定理。因此，哈地決定不能把拉馬努金當作一般的研究生訓練他。相反地，哈地把拉馬努金當作是和他一樣水平的研究夥伴，只是哈地要花一些心思來教導他，如何把數學結果寫成嚴格的數學證明。就這樣，兩年之後的1916年，劍橋大學就頒給拉馬努金博士學位，再過兩年的1918年，拉馬努金成為英國皇家學會的國外會員和劍橋大學三一學院的外籍院士。這時的拉馬努金可以說走到他人生最巔峰的階段，但是隨著他的過度工作，他的人生也開始進入黑白的世界。拉馬努金在英國一共待了5年，套句哈地自己所講的一句話，這5年是哈地一生最浪漫的5年。

由於拉馬努金是非常虔誠的婆羅門教徒，一個非常嚴格的素食主義者，加上在英國的5年，恰逢第一次世界大戰，物資短缺，他可以說是有一餐沒一餐的過日子。而英國的冬天又非常的寒冷，根本不適合這個從印度來的年輕人。鐵打的身體也不堪這樣的操勞，他最後還是病倒了。他所患的疾病是那時的醫學很難根治的肺結核。1919年他終於費盡千辛萬苦回到了家鄉印度，就像他五年前也是費盡千辛萬苦去英國一樣。一年之後，32歲，1920年，他還是走了，離開了人間，回到他的女神，娜馬卡爾哪





裡。這個女神是他經常宣稱，在夢中托夢給他數學定理，他只是早上起床，把它寫下來。他所留下的數學遺產，被後人整理成五大冊出版。他那謎一般，直覺式的數學結果，最近甚至被應用到黑洞的研究上。

寫完拉馬努金，真想流兩滴眼淚向他致敬，可是我真沒用，只擠了一滴。

