



英國數學家哈代

● 傅俊結*

幾個月前台灣有上映一部電影，片名叫做天才無限家。以我個人的了解，這種電影在台灣票房一定不好，不曉得片商為什麼還會引進這種電影，聽說這部電影的廣告還做得很大。但是，果不其然，很快就下片了。這部電影是演一位印度天縱英明的數學家，拉馬努金的故事。這些片商老闆或許真是佛心來著，想要提升台灣人的數學文化水平吧！這篇文章並不是要談論這部電影，也不是要談這部電影的主角，而是片中另一個主要人物，英國數學家哈代。

哈代可以說是牛頓之後，英國最有名氣的數學家之一。講得實際一點，他是牛頓之後，復興英國數學國力的代表人物之一。話說在 17 世紀，微積分被發明時，雖然早在很久以前，阿基米德就有積分的概念了，英國人和德國人就一直在爭吵，誰才是微積分的第一個發明人。英國人說是牛頓，德國人說是萊布尼茲。他們這種爭吵，到了 20 世紀，居然還有類似的情形發生。就是楊振寧和李政道，在爭吵誰才是第一個提出宇稱在弱交互作用下，是不守恆的這個想法。對名的追求，東西方的想法真的是一致的。宇稱是兩個老人家親自上戰場。微積分呢，應該是牛頓和萊布尼茲的徒子徒孫在那邊吵，結果這一吵就是好幾個世代。最後的結果，好像是偏向萊布尼茲這一邊贏，因為現在所用的微積分符號，主要就是萊布尼茲發明的。這個結果，導致英國人非常的不爽，以至於他們把自己封閉起來，不想再跟歐洲大陸的數學有任何的往來，自己玩自己的。可想而知，結局就是，英國的數學水平落後歐洲大陸越來越遠，一直到 20

* 傅俊結，南台科技大學電子工程系副教授。

世紀初，才靠著哈代和李托伍德等人，挽救了英國在數學上的國際聲譽。這種現象，在近代歷史上也發生過。第二次世界大戰結束後，東西方陷入冷戰，蘇聯的數學家，基本上也是關起門來，自己玩自己的。那時，蘇聯數學家不會把數學論文投稿到西方的數學期刊，一直要等到蘇聯解體，這種情況才改善過來。不過，後來的科學歷史學家也是有還給英國人一個公道，也許真的是牛頓比萊布尼茲先有微積分的想法與概念，但是，牛頓的個性，以現代的術語來講，就是一個典型的宅男。他只是把他的想法寫下來，放在抽屜裡，不發表，也不跟人討論，那有誰會知道他已經知道微積分基本定理了，而萊布尼茲的個性就是跟牛頓相反，他基本上就是一個外向的人，他會把他的想法到處講給人家聽，跟人家討論，再修正自己的理論。那當然每個人都會認為是萊布尼茲發明了微積分。不管怎樣，反正現在的歷史就是認定，微積分的發明人是牛頓與萊布尼茲。所以，英國和德國的子孫，你們也不需要再吵了。

哈代出生於 1877 年，父母親都是學校的老師，也都是數學的愛好者，雖然哈代小時候也多多少少有表現出他的數學天份，但是，就如同他自己所講的，數學並不是他的最愛，只是它爭取獎學金，以及戰勝別人的那種企圖心的一個工具，而這個工具，對他來講是所向無敵，沒有人考數學可以贏得了他。哈代認真得把數學看成是他將來的事業，應該是從他進入劍橋大學學習開始的。但是，他對劍橋大學那時的數學教育非常不滿，學校所教的，基本上類似現在的補習班，就是教你如何應付考試。後來有一個老師，介紹他去讀法國數學家 Jordan 所寫的分析學教程這本書，哈代讀了這本書之後，才真正體會到，所謂的數學之美是什麼境界。這本分析學教程把歐洲大陸那種嚴格精確的數學風格傳給了他。遵循著這種數學風格，哈代在 1908 年也寫了一本書，書名叫做，純數學教程，這本書對 20 世紀的數學教育也起了很大的作用與影響。就如同我們前面所說的，自牛頓以來，英國人自己關起門玩自己的數學，而牛頓的發明微積分，事實上也是從實用的觀點出發。那時候，牛頓在發展他自己的牛頓運動定律與萬有引力定律，需要微積分當工具，於是牛頓發明了它。牛頓死後，整個英國的數學界，秉持著這個傳統來發展數學，重視的是數學與實際應用問題的關聯性，而對數學本身的嚴格性，邏輯性，並不重視。這樣下去，離數學的先進水平只有越來越遠。

哈代對數學的一個重要觀點，就是他所追求的是數學之美。這個觀點，甚至極端



到，他否認應用數學的存在。他認為醜陋的數學，是沒辦法永久存在的。那什麼又叫做數學的美呢？他認為，就是在數學定理的證明過程中，所展現出的嚴謹性與邏輯性。這種追求數學之美的精神，也導致 20 世紀一個重大的科學發現，就是反粒子的存在。也是英國人的理論物理學家狄拉克，他在計算他自己發明的相對性量子電動力學的方程式時，得到了一個看起來沒有物理意義的解，可是狄拉克堅持他的方程的數學完美性，認為這個看起來沒有物理意義得解，事實上是有意義的。根據這個想法，他提出了電子的反粒子這個概念。後來，實驗物理學家真的在實驗室找到這個狄拉克所預測的反粒子，被叫做正子。

哈代和前面提到的李托伍德的長期合作，也是數學界的一個完美故事。他們兩個人的個性是南轅北轍，卻能一起合作 35 年之久，在這段時間裡面他們一起發表了一百多篇論文，整個提升了英國在純數學界的國際影響力。另外值得一提的是，哈代當伯樂的能力。哈代在晚年的時候，曾經有數學家訪問過他，請他舉出他對數學界的最大貢獻，哈代居然沒有提他所寫的那些論文。他認為，他對數學的最大貢獻就是發現了拉馬努金。拉馬努金就是我們開頭所提的那部電影，天才無限家的男主角。沒有哈代，數學界就不會有拉馬努金，沒有拉馬努金，數論這個領域的發展，可能跟現在又是一個不一樣的局面。

最後，我們來談談哈代的晚年。如果要先講結論的話，只有淒涼兩個字。在這個少子化的今天，哈代的晚年，真的可以給那些不婚族當作一個借鏡。基本上，哈代在 50 歲之後，就進入他所謂的晚年了。他不認為，像他這類的頂尖數學家在 50 歲之後，還能證明出什麼大定理，做出什麼大貢獻。因此，他常常陷入深深的孤獨之中，不可自拔，甚至曾經試圖自殺過，只是沒有成功。幸好，他有一個終生未嫁的妹妹，心甘情願的照顧他，直到他七十歲，他的生命終於靜止。

