



Euler

● 傅俊結*

近幾年來，蘋果電腦公司被公認為地球上最有價值的公司，隨著該公司股價的起伏，蘋果電腦公司也常常是全世界市值最高的公司。這家以前曾經瀕臨破產的公司，之所以會有今天的光榮，主要就是靠它的一些電子產品，例如：iPhone，iPad，iMac...等等。那為什麼蘋果公司出產的這些電子產品，前面都要加個 i 呢？這是一個秘密，賈伯斯都沒有講過的秘密，這個秘密跟下列這個方程式有關，這個方程式不只是人類地球上最偉大的方程式，它是宇宙無敵超級漂亮的方程式：

$$e^{i\pi}+1=0。$$

寫下這個方程式的數學家，就是文章 title 的 Euler。Euler 在以前念中學時被翻譯成尤拉，有的翻譯成歐拉，這都是英文的錯誤翻譯。因為 Euler 不是英國人，他是瑞士出生的，所以這應該是德文，比較正確的翻譯應該是歐以勒。這個方程式偉大的地方在哪裡呢？簡單，漂亮，把宇宙中最重要的五個元素的關係表現出來，這五個元素當然不是我們的老祖先所講的，金，木，水，火，土。而是 e ， i ， π ， 0 ， 1 。0 和 1 的重要性，不言可喻，因為電腦只懂 0 和 1。 π ，圓周率，從小學就知道它的存在，任何一個圓的周長除以它的直徑，就是這個 π 。 $e=2.71828\dots$ ，這個數很奇怪，好像到了大學才會學，而且，如果你大學畢業之後，繼續求學下去，你會發現這個數也是無所不在，好像沒有它，這個宇宙就不存在了。 i 是聯繫虛擬世界(imaginary)和真實世界(real)的橋梁及符號。賈伯斯在某個時間的某個地點，看過這個宇宙無敵的超級漂亮方程式，

* 傅俊結，南台科技大學電子工程系副教授。

銘記在心。你可能會問，那為什麼不叫 π phone，因為 π 不好打字。那 e phone 呢？因為那時華碩已經有一個產品用了 e 。最後總不能叫 1 phone 或 0 phone。所以，i phone 就這樣誕生了。這個故事有它的可信度，不像有關蘋果公司那個 logo 的故事，就是為什麼蘋果公司的 logo，是被咬一口的蘋果？是不是要紀念 Turing？這個故事，賈伯斯有在電視上否認過，雖然說，他希望這個故事是真的。

Euler 1707 年出生在瑞士，就像他那個年代的很多數學家一樣，一開始他的父親也不希望他以數學當做終身事業，他的父親是牧師，相信他父親應該也是希望 Euler 長大之後，可以繼承他在牧師方面的工作與責任。Euler 開始在大學求學時，主要選讀哲學和法律，好為以後他父親的期望，當個牧師，做一些準備工作。但是，每個禮拜六的下午，Euler 會去跟約翰伯努利學習數學，這個伯努利是數學上有名的伯努利家族，這個家族出了很多有名的，傑出的數學家。所以，如果看到數學或者物理上，有一些結果都冠上伯努利的名字的話，可能不是同一個伯努利。得到哲學學位之後，Euler 當然就進入神學系，研讀神學。後來約翰伯努利實在看不下去了，就跑去找 Euler 的父親，說服他，讓他的小孩可以專心研究數學，而且跟 Euler 的父親保證，Euler 將來會是一個超級偉大的數學家，註定要名流青史。

Euler 在 20 歲完成他的博士論文之後，約翰伯努利就把他送去俄羅斯的聖彼得堡的皇家科學院，因為那裡有約翰伯努利的兩個兒子，丹尼爾和尼古拉都在那邊工作。聖彼得堡的俄國皇家科學院是彼得大帝所創立的，彼得大帝和他的繼任者凱薩琳女皇，對科學院可以說是無條件的支持。所以那時候的皇家科學院，不只是世界上聲譽蠻高的一個研究中心，對國外一些訪問學者來說，也是一個很好的工作環境，有機會的話，這些訪問學者，都希望訪問時間到之後，可以繼續留下來工作。

Euler 這一輩子除了在聖彼得堡之外，另外一個他工作的地方，就是柏林。在 1741 年的時候，俄國有一些持續的騷亂不斷發生，因此在普魯士彼得烈大帝的邀請下，便前往柏林科學院任職，這一待就是 25 年。在這 25 年裡，Euler 寫了將近 400 篇的科學論文，以一個月產出超過一篇的速度在增加，而且還寫了兩本專業的數學著作，真是恐怖。25 年之後的 1766 年，在新的俄國沙皇克德霖二世的誠摯邀請下，Euler 回到了聖彼得堡。可是，回到聖彼得堡之後，沒多久 Euler 還可以看得到的左眼，因為白內障





的關係，也看不見了，而他的右眼早在他 28 歲的時候，就因為太用功，早就失明了。至此，他的雙眼完全看不見，變成一個所謂的瞎子。此時，距離他的人生結束還有 17 年。在這 17 年中，Euler 並沒有氣餒，耍廢，也沒有停止他在數學上的創作。相反的，Euler 憑藉著他驚人的記憶力和心算能力，不屈不撓的毀滅性力量，以及他其中一個兒子的幫忙，完成了他人生所有著作中，超過一半的數量。偉哉，Euler。Euler 應該是人類有史以來，最多產的數學家。當然，如果要以數量來比較的話，1996 年過世的 Erdos 是比 Euler 多。可是，Erdos 的工作風格，是到世界各地的大學數學系，各個國家的數學中心進行訪問，然後和那裡的數學工作者進行合作，也就是說，Erdos 大部分的科學論文應該是屬於集體創作的產物，而 Euler 的工作，基本上是他獨力完成的。這樣誰比較厲害，大家應該心知肚明。Euler 的工作實在是遍及他那個時代的整個數學領域，即使像微積分這個最基本的數學工具，雖然是牛頓和萊布尼茲發明的，但是，真正把微積分撫養長大成人的，就是 Euler。

